

PUENTES DE CONCRETO CON BÓVEDAS

A TRIPLE ARTICULACION

PROYECTADOS PARA EL FERROCARRIL EN CONSTRUCCION DE ALCONES A PICHILEMU

Seccion: paradero del "Cardonal," a túnel del "Arbol,"

POR

JERARDO ATEAGA A.,

Ingeniero Civil.

Cuando intervienen sobrecargas móviles, se las toma en cuenta en la sollicitacion representándolas por una carga uniformemente repartida *estática*. En realidad, orijinan efectos dinámicos o trepidaciones en la curva de presion, que se traducen en trabajo molecular suplementario; sin embargo, se aprecia, lójicamente, que estos efectos vibratorios son menores en las bóvedas que en los puentes metálicos (destruccion de remaches), primeramente, porque el lastre i el relleno de los tímpanos los amortiguan, i despues, porque la bóveda es un monolito i su peso total (agregado de las otras cargas permanentes) mui grande en comparacion al de las móviles. Por esto, cuando se trata de grandes bóvedas no se las toma en cuenta ni aun como carga estática. I si en las pequeñas i medianas se las representa por su peso estático mas un 15 por ciento, tal como en los puentes metálicos, quedarán por demas comprendidas en la sollicitacion.

Pero lo que mas influye en las bóvedas empotradas, bajo forma de trabajo molecular suplementario, son las variaciones de temperatura, cuyo efecto se ha reconocido en muchos puentes por las rajaduras que se presentan en ciertas rejiones donde la dilatacion o contraccion estan mas contrariadas, i se ha ofrecido tan evidente a veces la prueba, que rajaduras marcadísimas en verano se cierran (por supuesto, sin soldadura) en los meses frios i vice-versa (1).

Para terminar con las bóvedas empotradas, diremos que Mery dedujo su hipótesis de esperiencias hechas muchos años atras, únicamente sobre bóvedas de medio punto llevadas hasta la ruptura; que se considera que ella interpreta prudentemente los resul-

(1) DUPUIT: *Tratado sobre el equilibrio de las bóvedas.*

tados *directos* de las esperiencias; pero que de ahí no se puede deducir un método *general* de cálculo, el que *nada vale* (1) cuando las cargas son disimétricas o la bóveda es en arco de círculo, elipse, carpanel u ojiva, todo lo cual fué extraño a las esperiencias.

Si a pesar de todo las bóvedas empotradas se mantienen estables en el hecho, es de comprender que lo hacen al precio de *un mal aprovechamiento* de la resistencia de sus materiales, bastándonos citar el dato apuntado por los autores, que en los puentes mejor construidos el coeficiente de seguridad admitido no baja de la cifra 50. Comparando este número con el correspondiente de las construcciones metálicas, $S=5$, salta a la vista lo dicho i lo poco económicas que en principio son.

Dar precision al cálculo, i normalidad al funcionamiento bajo carga de las bóvedas de albañilería, traeria consigo al par que la seguridad relativa a su estabilidad, aprovechamiento económico de la resistencia de los materiales empleados, lo que se traduce en menores dimensiones de las bóvedas, i por consiguiente, de los estribos; menor peso, i por lo tanto, cimbras mas livianas,—que a su vez concurrirían a aumentar la economía de la construccion. Por otra parte, se estenderia su aptitud de aplicacion a mayor número de casos i se aprovecharian en escala paralela las cualidades especiales a la albañilería.

Todos estos resultados se consiguen con las bóvedas a triple articulacion que, como se dijo, han hecho bajar el coeficiente de seguridad a $S=10$ i admiten, como corrientes, luces de 50 m., que han sido llevadas por injenieros especialistas hasta 100 m. en algunos proyectos.

Consisten, en principio, en dos semi-bóvedas apoyadas entre sí i sobre los estribos por medio de rótulas. Estas piezas, que pueden ser de piedras mui duras o mejor de metal, tienen dos objetos: 1.º reducir las secciones de clave i juntas de ruptura al mínimun posible para que los contactos sean considerados prácticamente como *puntos*, por los cuales tendrán forzosamente que pasar las curvas de presion de los diversos estados de solidacion; i, 2.º facilitar los movimientos imperceptibles de la bóveda en obediencia a las acciones exteriores que requieren su deformacion de *conjunto*. Asi se evitan reacciones moleculares suplementarias con carácter de latentes, que pueden alcanzar un valor mui grande en ciertas partes hasta producir dislocaciones, como son las rajaduras debidas a los efectos de variacion de temperatura contrariados por el doble empotramiento de las semi-bóvedas. A este objeto, los movimientos de rotacion por medio de las articulaciones podrian compararse con los escapes de vapor de una caldera a traves de sus válvulas de seguridad, i creemos que hai paridad en la comparacion por la analogía de los efectos, pues, unas i otras consiguen mantener una normalidad prefijada de presion.

Si los arcos metálicos a triple articulacion estan escentos de los efectos nocivos de los cambios de temperatura (2), por el juego de las articulaciones,—con mas razon lo estarán las bóvedas del mismo sistema, puesto que el coeficiente de dilatacion de la albañilería es menor que el del fierro i menor tambien su poder de conduccion del calor.

Respecto al objetivo 1.º, queda salvada de hecho la indeterminacion característica a

(1) RESAL: *Stabilité*, 1901, pág. 570.

(2) RESAL: *Stabilité*, 1901, pág. 310. *Arco simple isostático*: «Estos arcos son insensibles, en cuanto al trabajo elástico, a los cambios de temperatura, que no influyen sino sobre su forma jecmétrica.»

las bóvedas empotradas, i el problema del equilibrio estático se reduce a una simple cuestion de equilibrio de la Mecánica.

Las consecuencias del descimbramiento i las que derivan de un asiento de los estribos se traducen, como para los cambios de temperatura, en movimientos jiratorios de conjunto que van en busca de la nueva posicion estable, i se producirán ántes del menor esfuerzo latente apreciable si las articulaciones juegan con suficiente celo (1), fácil en la práctica de conseguir.

Si el cuerpo de la bóveda se calcula para que las curvas de presion—correlativas de las diversas solicitaciones que puedan cargarla—oscilen a lo mas entre los límites del tercio central, la albañilería trabajará en todos los puntos únicamente a la compresion (lei del trapecio), que es su mejor condicion de resistencia; los principios en que estan basadas las fórmulas del arco a triple articulacion, i por consiguiente, ellas mismas, le serán aplicables con toda propiedad (2); i las curvas de presion, sus elementos i el trabajo elástico en cada punto pueden deducirse aljébricamente con precision i rapidez.

(1) H. TAVERNIER: *Annales des Ponts et Chaussées*. 1899, III trimestre, páj. 107.

(2) RESAL: *Resistance des Materiaux*. 1898, páj. 343: «Siempre que la curva de presion,....., no sale del núcleo central de un macizo de albañilería (*nótese que hai premisa jeneral*, O. del T.), la fórmula usual de resistencia, establecida para las piezas prismáticas comprimidas i flexionadas, suministra valores exactos en cuanto al trabajo elástico en un punto, que es siempre una compresion.

«Se podrá, igualmente, en este caso, recurrir a las fórmulas clásicas para calcular la deformacion...»

«La lei de Hook puede tambien invocarse: hai independencia entre los efectos de las fuerzas esteriore que obran simultáneamente, i el trabajo producido por una fuerza varia proporcionalmente a la magnitud de ella.

«En suma, no hai, en semejantes circunstancias, distincion que hacer, bajo el punto de vista de los cálculos de estabilidad, entre la albañilería i cualquiera otra materia elástica.»

RESAL: *Stabilité*. 1901, páj. 573: «Desde hace algunos años se han construido bóvedas de albañilería a triple articulacion. En este caso el problema (*de las bóvedas*) está mui simplificado, puesto que la curva de presiones es completamente determinada por las condiciones de equilibrio estático: la obra es *isostática* (N. del T.: es decir con un solo sistema de reacciones de apoyo completamente definidas en direccion i magnitud, no influenciadas por la elasticidad de la materia ni por las dimensiones transversales del sólido: momentos de inercia i seccion transversal) como un arco a triple articulacion, i *nada hai de particular que agregar a lo dicho sobre esta cuestion.*»

LEGAY: *Annales des Ponts et Chaussées*. 1900, IV trimestre, páj. 145: «Estimamos de acuerdo con muchos ingenieros, i principalmente con Mr. Sejourné, que en el estado actual de la ciencia los puentes de albañilería deben ser calculados por los mismos principios que los arcos metálicos. La hipótesis fundamental de la resistencia de materiales, la de la deformacion plana o lei del trapecio, sobre la cual se apoyan estos cálculos, no parece haber dado lugar a ningun contratiempo, siendo bien entendido que ella se aplica a las secciones normales de los sólidos prismáticos.

«..... Una bóveda de albañilería, como un arco metálico, pueden ser considerados como sólidos prismáticos.

«..... La cuestion de las bóvedas de albañilería no difiere, en definitiva, de los arcos metálicos si no bajo un punto de vista, que en razon del predominio de las cargas permanentes en las obras de albañilería, hai gran ventaja de reducir en lo posible los esfuerzos debidos a estas cargas. Ahora, se reduciran a cero los momentos de fleccion si se puede obtener la coincidencia de la fibra media con la curva de presiones.»

BOURDELLES: *Annales des Ponts et Chaussées*. 1898, III trimestre, páj. 61.

2.—NOCIONES SOBRE LOS ARCOS DE PUENTES

Definición de las piezas prismáticas curvas.—Segun la resistencia de materiales, la pieza prismática—recta o curva—se define así: Es un cuerpo enjandrado por una superficie plana, (cuyo perfil puede variar de forma, siempre que la variación esté representada por una función continua i sea poco rápida para que dos secciones transversales muy vecinas sean consideradas de bases iguales i paralelas) que se traslada normalmente a una línea continua, recta o curva—trayectoria del centro de gravedad—la cual no ofrecerá elemento anguloso ni múltiple i deberá tener siempre un radio de curvatura muy grande respecto a la dimensión de la sección transversal tomada segun este radio (en el plano osculador de la curva).

Comparada con la definición puramente geométrica,—cuerpo enjandrado por una superficie plana animada de un movimiento de traslación rectilíneo—se ve que es de muy diferente significado; el segundo cuerpo es de superficie reglada desarrollable.

Dentro de la primera definición, las piezas curvas que nos interesan—por ser las únicas empleadas en ingeniería civil—responden a las siguientes restricciones:

- 1.^a Que el eje longitudinal de la pieza sea una línea plana (*simple curvatura*);
- 2.^a Que el plano que contiene este eje contenga también las cargas que trabajan a la pieza, incluso las reacciones de los apoyos (*plano de flexión*);
- 3.^a Que la traza de este plano sobre cada una de las secciones transversales se confunda con uno de los ejes principales de inercia.

Debido a las dos primeras condiciones, no habrán efectos de torsión; i por la tercera la deformación del eje longitudinal se producirá sin salir de su propio plano, puesto que todos los elementos del eje neutro serán perpendiculares al plano de flexión. De este modo los estudios i ecuaciones se simplificarán mucho.

Los arcos i bóvedas de los puentes satisfacen a esas condiciones restrictivas: el eje es, casi exclusivamente, uno o varios arcos de círculo (carpaneles), elipse o parábola; el plano de este eje contiene también a las fuerzas exteriores, siendo plano i fuerzas de dirección vertical, exceptuando de estas últimas a las reacciones de apoyo.

Haremos notar que como una pieza curva puede deformarse por flexión transversal (*flambaje* horizontal) dando un eje longitudinal gauso, hai que partir de la base que se evitará este accidente en los arcos metálicos por medio de refuerzos transversales (*atiesadores*). En las bóvedas de albañilería no hai por qué temerlo, puesto que la sección transversal es rectangular i la zona longitudinal que figura en los cálculos tiene *un metro* de ancho.

Por último, observaremos que, a fin de simplificar los cálculos i las ecuaciones finales, conviene descomponer las fuerzas exteriores (las reacciones de apoyo solamente en caso de puentes) segun dos ejes coordenados rectangulares para tener sistemas de fuerzas paralelas, cuyos efectos se determinan separadamente, recomponiendo al fin sus resultados. Este procedimiento es de regla en resistencia i se basa en *el principio de la independencia de efectos de las fuerzas que obran simultáneamente sobre un mismo cuerpo*, demostrado en la teoría matemática de la elasticidad para los cuerpos *perfectamente*

elásticos, i aceptado con rigor en resistencia de materiales para las piezas prismáticas que trabajan *bajo el límite de elasticidad, con deformaciones muy pequeñas* para no alterar su forma primitiva (1) (caso de los arcos i bóvedas de puentes). Jeneralmente, se toma vertical, como las cargas, el eje de las y i se le hace pasar por la clave o por uno de los arranques. El eje de las x es entónces horizontal.

Caracteres del arco de puente.—Doble empotramiento.—Doble articulacion.—Triple articulacion.—Como los arcos i bóvedas (articulados o nó) de los puentes son, por lo jeneral, *simétricos* respecto a la clase i con arranques *a nivel*, solo nos referiremos a ellos. Reduciremos todavía la cuestion, considerando únicamente el *arco simple*, es decir, un arco sobre dos estribos.

Desde luego, repetiremos que lo dicho anteriormente se aplica al arco de puente con tanta mas propiedad cuanto mayor sea su radio de curvatura i su luz, porque responden prácticamente a la definicion de pieza prismática. No se puede decir lo mismo de las *alcantarillas* (los primeros metros de luz), porque su dimension segun el radio es bastante grande respecto a éste. Considerarlas como arcos es tan erróneo—en el concepto absoluto de aplicacion de las fórmulas de Resistencia,—como lo seria el tratar *las piezas cargadas de punta* por la compresion simple. I para completar la comparacion, creemos que hai tambien analogía entre estas piezas i los arcos, en cuanto al criterio de aplicacion de sus respectivas fórmulas teóricas, segun las gradaciones de la longitud libre para las primeras i del inverso del radio de curvatura para los segundos.

Sea una viga curva, convexa hacia arriba, simétrica respecto a su punto mas alto, descansando *libremente* por sus extremos sobre dos apoyos de nivel invariables, i sometida *nada mas que a cargas fijas verticales* (creemos que no es necesaria la figura). Si esta pieza fuese un *sólido invariable* de la mecánica, se mantendria *absolutamente inmóvil* por sí sola *por no haber deformacion* i las reacciones de apoyo serian verticales.

Si la pieza es un *sólido elástico* (los únicos que trata la Resistencia), *se deformará por achatamiento de su convexidad* bajo el peso de las cargas verticales, i como los apoyos son invariablemente horizontales, sus extremos deslizarán hasta que el trabajo molecular desarrollado haga equilibrio al de las fuerzas exteriores. Las reacciones de apoyo seran tambien verticales como para el sólido invariable (puesto que no hai fuerzas horizontales); i su equilibrio de traslacion no se alterará, como es fácil de apreciar mirando la seccion de la clave que no sale de su plano vertical durante el aplastamiento.

Si uno de los extremos es fijo (el de la izquierda por ejemplo), la deformacion total se producirá *sin obstáculo* por el extremo libre; el conjunto de la pieza sufrirá una pequeña traslacion consiguiente hácia la derecha; pero las reacciones de apoyo serán *siempre* verticales. Esto se comprende sin dificultad i es, ademas, el caso de la cercha con rodillos de dilatacion sobre un apoyo, visto en arquitectura.

Para que la viga—estando siempre sometida a sus cargas—vuelva a su posicion primitiva, será necesario aplicarle en el extremo libre una fuerza horizontal Q de valor

(1).—RESAL. *Resistance des materiaux*, 1898; capítulos: Teoría matemática de la elasticidad, i resistencia de los materiales.

bien definido, puesto que las fuerzas exteriores que la han deformado son también definidas (fig. 1).

La viga es, respecto a Q , una *pieza curva cargada de punta*; luego, se producirá en ella *compresión compuesta* (compresión simple i flexión); una vez vuelta a su posición primitiva, esa sollicitación dará lugar en el apoyo fijo—sea este articulado o empotrado— a una reacción *inclinada* cuya componente horizontal será forzosamente igual a Q , de otro modo la viga sufriría una traslación en el sentido de la componente mayor i esto no puede suceder, según las leyes del equilibrio estático, porque no obran sino cargas verticales. (Siempre que se habla de reacciones de los apoyos no hai que olvidar que ellas reemplazan a estos i que la viga *queda en el aire*, para emplear una expresión gráfica.)

Consideremos ahora que la pieza esté articulada o empotrada en los descansos, de modo que *no pueda trasladarse* en ninguna dirección. Si le aplicamos las cargas verticales anteriores, los extremos tratarán mutuamente de alejarse i cada uno de ellos hará un esfuerzo en este sentido sobre el punto fijo, cargándolo a la vez; esta doble acción se compone en una resultante *inclinada hacia abajo*. Al mismo tiempo, como la parte central se ve forzada a aplastarse, cada parte extrema estará, a su vez, forzada a jirar como báscula hacia afuera i al rededor de su punto fijo. Si este es una *articulación*, no impedirá la jiración; pero si es un *empotramiento*, se opondrá a ella. Luego, en el primer caso, hai una sola acción final sobre el punto fijo: la resultante inclinada que *pasa por él*; en el segundo, hai resultante inclinada i una jiración equivalente a una fuerza por un brazo de palanca apoyado en el punto fijo, o bien un *par de fuerza* del mismo momento, dando en suma una resultante final que *pasa fuera* de dicho punto.

Pero, cualquiera que sea la clase de apoyo que se emplee, articulación o empotramiento, i por diferentes que sean las resultantes inclinadas, sus componentes horizontales deberán ser iguales entre sí i a la fuerza Q (como se demostró anteriormente). I esto que se dice de los dos extremos de la pieza, se aplica también a una porción comprendida entre un extremo i una sección intermedia, o entre dos secciones cualesquiera; luego, podemos concluir, que en toda sección transversal la resultante de las acciones moleculares tiene una *componente horizontal constante* e igual a Q .

Ese tipo de pieza curva se llama *arco* de puente; i la componente horizontal constante, *empuje* del arco. En resumen, el arco requiere las dos condiciones siguientes: 1.^a ser, prácticamente, una pieza curva como la define la Resistencia, con su convexidad hacia arriba i sometida a cargas verticales; i 2.^a tener sus estremidades—llamadas *arranques*—apoyadas en puntos fijos, pero que pueden ser centros de jiración. Su característica es: que en las dos secciones transversales de arranque, como en otras dos intermedias cualesquiera, las *reacciones* resultantes tienen componentes horizontales de la misma dirección i magnitud—pero de sentido opuesto—que mantienen el equilibrio de traslación. Este distintivo hace ver que las resultantes moleculares *son lados del polígono funicular de las cargas verticales que sollicitan el arco, construido con una distancia polar igual al empuje Q , a partir de uno de los arranques* (fig. 2) (1), porque solo este

(1) Hai similitud completa entre este polígono i el lugar de momentos de una viga recta apoyada libremente en sus extremos, de la misma luz que la bóveda i sometida a las mismas fuerzas que cargan a esta.

polígono de la estática goza de tan característica propiedad. Si en lugar de ser fuerzas aisladas, fueran continuas, el polígono se convertiría en *curva funicular*, i las líneas de acción de las resultantes serían las tangentes a la curva. Esta es la *curva de los centros de presión del arco* para aquella sollicitación. Observaremos que, por extensión, se denomina también así a los *polígonos* i aun a las *rectas* de presión.

Si los arranques son empotrados, se tiene un arco a doble empotramiento, llamado también *arco empotrado*; i la acción del *par* que se opone a la jiración de los arranques, *momento de empotramiento* (u). Si son articulados, se tiene el *arco a dos articulaciones*, i la cualidad de jiración se espresa por la *no existencia* del momento de empotramiento (o por $\mu = 0$). Para el primer tipo, las reacciones finales de los apoyos *pasarán fuera del centro de gravedad* de las secciones de arranque o empotramiento, i serán inclinadas con sentido hácia arriba. Para el segundo tipo, las reacciones finales serán también inclinadas hácia arriba, pero *pasando por el centro* de las articulaciones.

Volviendo a la *curva funicular* de los centros de presión, es sabido que tres de sus elementos (punto, tangente, distancia polar) son necesarios i suficientes en estática para fijarla: en la práctica de los arcos se recurre jeneralmente al elemento *punto*. En el arco a dos articulaciones, sus centros son los dos únicos puntos conocidos de ella; luego, estáticamente, en este arco *hai indeterminación de un elemento*. En el arco empotrado, cuyas reacciones pasarán fuera de los centros de figura de las secciones de arranque, *la hai de tres elementos* (se sabe cómo resolvió Mery esta triple indeterminación en las bóvedas). Para salvarlas con propiedad, se recurre al auxilio analítico de las ecuaciones jenerales de deformación de los arcos, a fin de tener un sistema determinado de ecuaciones, que para el primer caso dan un tercer elemento, el empuje; i para el segundo, el empuje i un punto de la curva de presión en cada sección de arranque. Este método analítico sigue Resal para calcular las bóvedas comunes. (1).

Si al arco a dos articulaciones se le agrega otra en un punto intermedio (la clave, por razón de simetría), habrá un tercer punto forzoso de paso para la curva de presión, i esta será estáticamente determinada. Bajo el punto de vista analítico, se evita así el empleo de las ecuaciones complicadas de la deformación—cuyos términos son de integración por cuadraturas—no requeridas ya para deducir el empuje; calculándose este elemento, la tangente, máximos i mínimos i demás propiedades de la curva, incluso su construcción por puntos, con simples ecuaciones algebraicas de 1.º i 2.º grado. Tal es el *arco a triple articulación*, de cuyas otras ventajas ya hemos hablado.

(1) En las bóvedas simétricas basta con conocer dos elementos, pues, por la simetría de los arranques queda de hecho conocido un tercero.

