RODOLFO ITURRIAGA J.

Sentido matemático del niño chileno

El propósito que me ha impulsado a efectuar este ensayo de trabajo de investigación, es el de contribuir a la labor entusiasta y esforzada que, en favor de la enseñanza de las Matemáticas, viene realizando desde hace tiempo el Centro de Profesores de Matemáticas y Física de Valparaíso "Enrique Froemel". Sé, que lo que presento ahora, es sólo un esquema y apenas un esbozo de ensayo de lo que puede hacerse en este tema, y comprendo, y así lo comprenderán también los distinguidos colegas, que lo importante en este caso es insinuar el camino que debe seguirse y despertar la inquietud en un terreno paradojalmente no explorado, aun cuando él debiera haber sido siempre el punto de partida para la confección de métodos y textos de enseñanza.

He intitulado este trabajo "sentido matemático del niño chileno" y es preciso entonces definir lo que se entiende por tal.

Sabemos que los seres humanos tienen sus diferencias psicológicas que determinan una forma distinta de sentir, pensar y actuar, lo que indudablemente crea su propio mundo, mundo subjetivo en medio del cual se desarrolla su diario vivir. Pero por sobre estas diferencias individuales, el estudio de las culturas y de la evolución del pensamiento nos muestra que afloran factores similares que dan a una época o a grupos coexistenciales una fisonomía común característica. Así hablamos de una cultura del Oriente o de una civilización Occidental para indicar estas formas del pensar que ofrecen entre ellas diferentes maneras de captar el Universo que nos rodea y que muestran separadamente una gama de colorido común y una rara y sugestiva unidad de estilo. No analizaremos las causas que determinan este fenómeno, sino que simplemente partiremos del hecho que él existe y que se traduce en una forma característica de captar la belleza y de abordar la investigación científica. En este ahondamiento diferencial del sentir cósmico radica la bifurcación de los caminos científicos al cual no escapa ninguna elaboración del espíritu, ni siquiera las matemáticas cuyas verdades son eternas; pero no inmutables y cuyas rutas y formas de plasmarlas están justamente trazadas por este sentido de captación de las relaciones métricas o de posición y que yo he definido como *sentido matemático.* ¿Por qué el griego, espíritu sutil por excelencia, mientras nos asombra con su poder genial de penetración en los espacios geométricos, presenta una aritmética apenas incipiente? ¿Por qué ellos eluden los números irracionales (cuya existencia más que vislumbraron, conocieron), envolviéndolos en un extraño mito y alejándolos así de su mundo matemático? Porque para ellos no tenía sentido una cantidad que no podía representarse como magnitud espacial, porque el griego fué simplemente una mentalidad geométrica. A este mundo espacial de los helenos debía oponerse más tarde el mundo algebraico de los árabes. Aquí cambia el telón de fondo: ya no son las elegantes cónicas que preocupan al matemático árabe, ahora son las relaciones cuantitativas numéricas las que dan colorido a este nuevo universo matemático. ¿Por qué? Porque el árabe, como en general el hombre del oriente, es aritmético. ¿Por qué la proposición 47, de los Elementos de Euclides, que no es otra que el teorema de Pitágoras, nos muestra sólo figuras geométricamente equivalentes, el Lilavati del hindú Baskara nos presenta una demostración del tipo algebraico? Porque entre ambos hay un *substratum* matemático distinto que los hace caminar por senderos diferentes y estudiar las relaciones espaciales a través de sus propias tendencias. ¿Por qué, mientras el matemático Riemann sigue las funciones abelianas a través de concepciones espaciales, Weierstrass abordaba metódica y analíticamente el mismo problema? Porque también en ambos hay una imaginación de tipo substancialmente diferente; uno es intuitivo, el otro lógico; ambos geniales.

Fundamentado así el pensamiento de fondo de nuestro trabajo, analizaremos este problema en relación con el niño nuestro.

Empezaremos por reconocer que siendo nosotros, como todos los países latinoamericanos, biológica y espiritualmente mestizos, el problema ofrece un cuadro más complejo. Hemos heredado del español, que a su vez sufrió la herencia de los árabes, la tendencia algebraica y hemos asimilado por educación formal la cultura europea empapada en el espíritu helénico. Nada podría decir de los factores raciales autóctonos porque no conozco ningún estudio sobre la matemática aborigen; pero aun cuando en cierto modo y porcentaje pueda tener alguna importancia, creo sin temor a equivocarme demasiado, que su influencia no es, ni tan decisiva ni tan profunda que haya dejado huellas de importancia básica.

¿En qué forma se puede a mi juicio iniciar la búsqueda de las tendencias? Supongamos que hemos colocado el siguiente problema:

"Construir un cuadrado dada la suma *s* de su diagonal y el lado" (figs. 1 y 2).

Un alumno cuya tendencia sea geométrica tratará de buscar un camino como el indicado en la fig. 1, mientras que uno de tendencia algebraica tratará de seguir el camino correspondiente a la fig. 2. Es indudable que el contenido netamente geométrico que le hemos dado siempre al término *construc-*

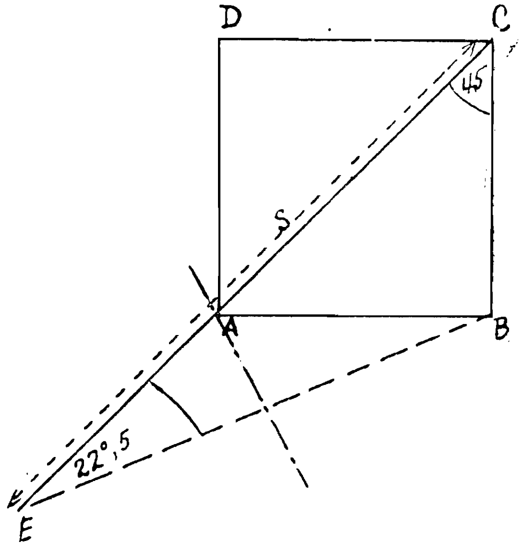


Fig. 1

ción y el encierro mental que ejerce el profesor sobre el alumno al aprisionarlo en moldes clásicos de soluciones *standard,* deforma

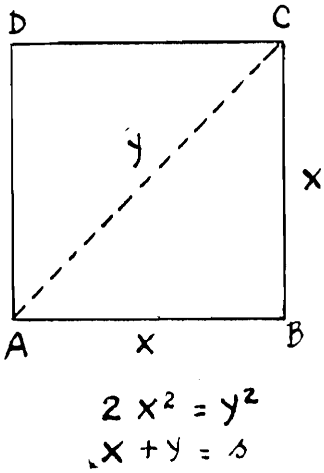


Fig. 2

los resultados de una investigación y sería preciso, para no obtener un cuadro deformado o falso y poder dejar en descubierto la tendencia escondida por la presión de moldes tradicionales, establecer un contacto directo con el alumno y someterlo, no a una prueba, sino a una serie de experiencias donde se desenvuelva su personalidad en forma libre y espontánea.

Para iniciar el estudio de esta tendencia envié una prueba con una serie de problemas para ser propuesta a los alumnos y que los colegas la acogieron con generosa benevolencia, prestándome una colaboración que yo agradezco profundamente. Es apenas un primer intento y confieso que es un ensayo superficial; pero creo que este estudio debiera ahondarse para precisar hasta dónde sea posible el tipo de mentalidad matemática nuestra. Sabemos por experiencia que la tendencia es algebraica; pero es necesario averiguar hasta dónde ella necesita de imagen objetiva y en qué extensión y profundidad se manifiesta el poder creador en el campo analítico. A esta prueba, agregué otras experiencias parciales y aisladas que realicé personalmente; pero es necesario ahondar esta investigación en forma amplia y eso sólo pueden efectuarlo los organismos estatales. Es un terreno inexplorado que es necesario conocer ¿quién nos dice, por ejemplo, que a lo mejor la tendencia a la reflexión, a la mecanización o el poder creador no está unido a la curva de frecuencia de las ondas cerebrales? No podemos afirmarlo; pero tampoco podemos negarlo porque no lo hemos hecho y aun cuando seguramente no será posible desentrañar el misterio insondable del alma humana podemos tratar de seguir su rastro para conocer siquiera el reflejo de su sombra.

La prueba, a que me he referido anteriormente, consistió en una serie de 25 problemas para el I Ciclo y 25 problemas para el II Ciclo y se analizaron sus soluciones sin importar la corrección de ellos, sino observando el camino que tendía a seguir el alumno.

Veamos algunos resultados parciales obtenidos y que muestro en gráficos en los cuales he expresado la tendencia en forma de cuociente y analicemos el significado de ellos.

Observaciones generales a las poligonales tendenciales

Las poligonales nos dan una visión en dos direcciones, una que podríamos llamar en *extensión* o *dispersión* y otra en *profundidad*. La primera permite apreciar la tendencia general y su variación media y la segunda, la tendencia individual.

Poligonal A.—II Ciclo (fig. 3).

La dirección en extensión nos muestra una tendencia nítidamente algebraica. Esta poligonal algebraica nos muestra además una media de variación superior a la normal, debido a que los alumnos abordaron problemas de tipo geométrico por medios algebraicos. También nos muestra fluctuaciones relativamente suaves lo que indica la tendencia general en ese sentido.

Las poligonales geométricas y mixtas nos revelan:

1.° Una media de variación inferior a la normal.

2.° Fluctuaciones relativamente bruscas que nos muestran que hay un porcentaje de tendencia media, francamente ageométrica.

En profundidad las tendencias individuales son marcadamente algebraicas y variables en los problemas de tipo geométrico y mixto con predominio del primero.

El fenómeno señalado se constata en la observación de la casi totalidad de las poligonales tendenciales. ¿Cuál es entonces en definitiva la conclusión que obtenemos de las observaciones señaladas?:

1.° Orientación de la mentalidad de nuestro educando hacia el campo algebraico. El examen del tipo de problema sobre el cual tiene mayor dominio nos muestra que es el que corresponde al tipo operatorio.

2.° Escasa imaginación geométrica.

Poligonal B.—I Ciclo (fig. 4).

En extensión nos muestra una media de variación de escaso rendimiento en los tres tipos de problemas. Esta media es superior en los problemas mixtos y geométricos y muy

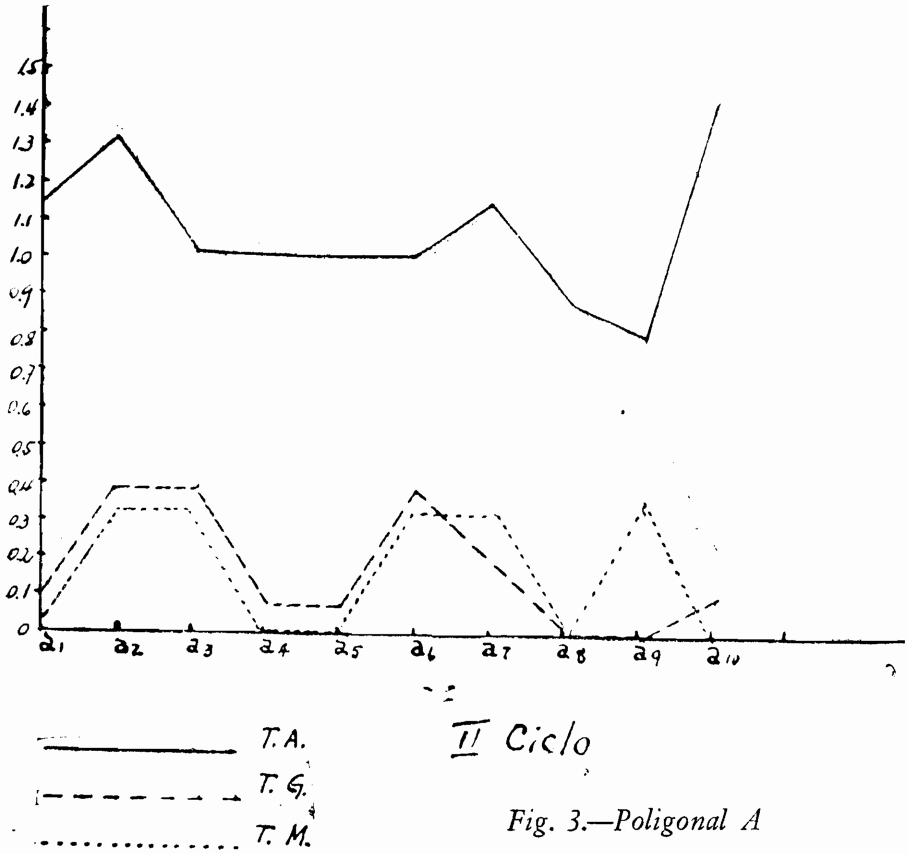


Fig. 3.—Poligonal A

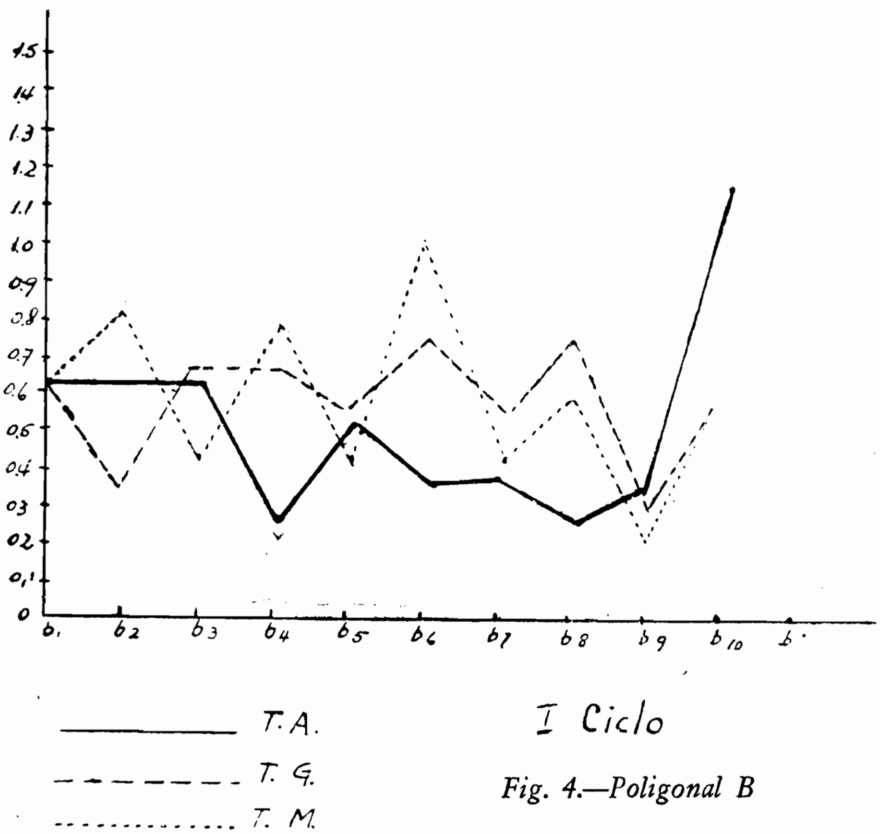


Fig. 4.—Poligonal B

baja en los de tipo aritmético. Hay además variaciones bruscas especialmente en los problemas de tipo mixto, lo que demuestra una indecisión entre la tendencia y el problema modelo a que está acostumbrado. A mayor abundamiento, en lugar de dejarse llevar por su propia imaginación trata de ajustar el problema propuesto a los tipos estudiados.

El bajo rendimiento de la poligonal aritmética nos muestra que nuestro alumno no es analítico. Sin embargo, el hecho que la poligonal geométrica sea superior a la aritmética no se debe a que tenga una gran capacidad imaginativa espacial, sino a que las materias del I Ciclo son más bien de tipo descriptivo. En aquellos ejercicios de imaginación geométrica propiamente tal acusó en general una curva muy próxima al cero. El examen en profundidad muestra también una franca inferioridad de tipo aritmético.

Esto es en general, lo que puede observarse en los gráficos de las tendencias. La conclusión no es satisfactoria. Uniendo a estas conclusiones las observaciones a que he llegado en otras experiencias aisladas que realicé, pueden establecerse los siguientes resultados:

1.° Que la tendencia algebraica de nuestros alumnos, que ya conocíamos por nuestra experiencia docente, no es ya una impresión sino un hecho comprobado.

2.° Que teniendo el niño chileno una capacidad normal de aprendizaje y una viveza mental no inferior a niños de otras razas, demuestra, sin embargo, un muy escaso poder imaginativo de tipo matemático unido a un rendimiento decepcionante en cuanto a conocimientos, que hace pensar que lo más probable es que no sea el niño la causa, sino los métodos y caminos por donde se le conduce, senderos que posiblemente están fuera de su realidad mental y por donde camina un tanto sonambulescamente. Si así no fuera, y los programas y métodos empleados hasta ahora fueran la expresión de lo más adecuado a su mentalidad, significaría simplemente que el niño nuestro está, desde el punto de vista matemático, subestructurado, lo que no creo que así sea, no sólo por sentimentalismo sino por la observación fría de su forma de captar y razonar. Esto significa, por lo tanto, que se le ofrece una ciencia matemática a través de una ruta por la cual camina desorientado, como lo haría una persona que llevara los ojos vendados.

3.° Que experiencias efectuadas parecen indicar la siguiente tendencia: el problema espacial lo aborda a través del cálculo algebraico y a la inversa, para abordar el problema numérico recurre a la imagen objetiva.

Entonces, si las conclusiones no son erróneas, si la experiencia docente nos confirman conclusiones análogas, ¿no sería más conveniente el estudio de la geometría en este sentido? Me parece que lo lógico sería, después de lo que he dicho, que las proposiciones geométricas de tipo métrico se traten algebraicamente, porque así son más simples y mejor asimiladas por nuestros alumnos. Así por ejemplo, enseñamos los teoremas de Euclides en cuarto año desde un punto de vista geométrico y en quinto año desde un punto de vista algebraico (véase en 5 y 6 las clásicas figuras de la demostración de uno de ellos).

Si sabemos que la primera demostración es más difícil de captar para el alumno, ¿por qué no cambiamos de rumbo y sólo enseñamos la segunda? Me parece que lo más importante es conocer las proposiciones y conocerlas por el camino más simple. Y así como éstas tenemos otras materias confusas para nuestros alumnos, como la transformación de figuras cuyo tratamiento puede hacerse indudablemente más simple a través del método algebraico. Un ejemplo típico lo tenemos en el teorema general de Pitágoras, cuya demostración geométrica ha sido el sueño cruel de muchas generaciones. No es mi ánimo continuar dando más ejemplos, sin embargo, deseo mostrar una vez más estos aspectos. El dibujo nos muestra un problema de transformación: Transformar un triángulo dado en un cuadrado. Comparemos los dos métodos (figs. 7 y 8).

Es difícil resignarse a ver desaparecer fi-

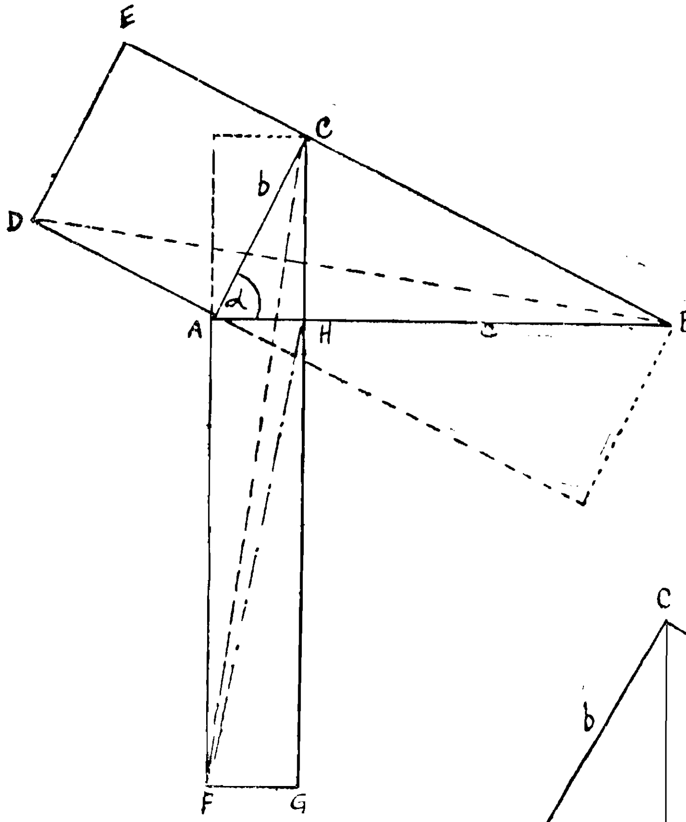
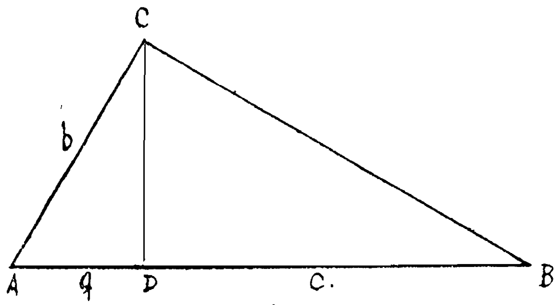


Fig. 5



$c : b = b : q.$

$b^2 = c \cdot q.$

Fig. 6

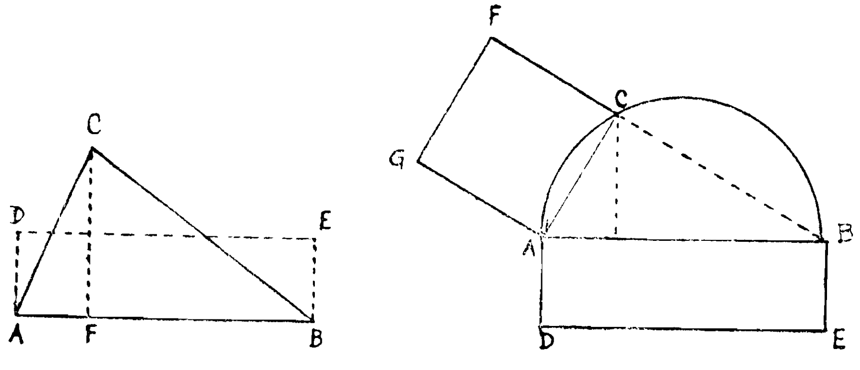


Fig. 7

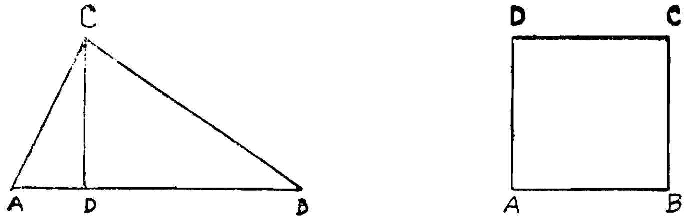


Fig. 8

$x^2 = \frac{1}{2} c \cdot h_c$

guras conocidas de nuestra familia geométrica; pero si pensamos que el camino seguido hasta ahora ha dado resultados negativos en muchas generaciones, creo que no es justo sacrificar otras tantas generaciones más. ¿Por qué entonces, preguntarán ustedes, nuestros programas tienen la estructura que conocemos? Porque, señores, no han variado desde que fueron introducidos en Chile por los eminentes profesores alemanes de las generaciones de los últimos decenios del siglo pasado, contratados por nuestro gobierno para el Instituto Pedagógico de nuestra Universidad. Ellos vivieron un siglo de geómetas maravillosos. Si Arquimedes o Apolonio fueron profundos y sutiles, no lo fueron menos Poncelet o Steiner. La geometría Proyectiva deslumbró la segunda mitad del siglo XIX y si en el nuestro no aflora al mundo profano la relación topológica, ni se habla de espacios extraños de curvaturas negativas, es porque otra ciencia surgió, violenta y plena de contenido en un mundo convulsionado, atrayendo en estos años de difícil convivencia humana el interés de los hombres: la física nuclear. Mientras tanto nuestros programas de geometría con sus cincuenta años de vida, han permanecido estáticos y viviendo en el pasado.

¿Cuáles son, entonces, las conclusiones positivas y realizables a que nos llevan las experiencias efectuadas y las observaciones que hemos esbozado? Pueden resumirse así:

Modificación substancial del programa de Matemáticas en la Educación Secundaria, siguiendo lo que parece estar más de acuerdo con la mentalidad nuestra. No voy a dar un detalle de las materias a substituir, postergar, anticipar, ampliar o suprimir, sino solamente, a modo de ilustración, diremos, por ejemplo, que, entre otras cosas, puede hacerse lo siguiente:

a) Iniciar el estudio informal e intuitivo de la geometría en primer año de humanidades, a través de las figuras planas, en vez de iniciarla con los cuerpos como lo propone el programa actual.

b) Iniciar el estudio sistemático de la geometría en segundo año.

c) Tratamiento algebraico de todas las proposiciones geométricas de tipo métrico y libertad para enfocar un problema por el camino que el alumno desee, sea éste de tipo algebraico o geométrico.

d) Iniciar el estudio sistemático del Algebra en tercer año, y supresión de la Aritmética comercial y otras que se enseñan en este curso, en la forma y extensión que existen.

e) Modificación de la terminología que se emplea en geometría, introduciendo los términos resolusión, determinación, etc., en vez de emplear, exclusivamente, construcción, para evitar que el alumno se encierre en un marco hermético.

f) Eliminación del tratamiento de los métodos para la determinación de la constante π, que no constituye ni una disciplina geométrica, ni tiene utilidad práctica alguna, en la forma en que se trata.

g) Modernización del tratamiento de la geometría introduciendo hasta donde sea posible los conceptos modernos de esta ciencia.

No es fácil romper la tradición; pero creo que ya ha llegado el momento de hacerlo y adaptar nuestros métodos de enseñanza a nuestra mentalidad y a nuestro siglo. Quiero y siento admiración por la Geometría, la más bella, sutil y profunda de las ramas de las Matemáticas y justamente por eso, para salvarla de un futuro lánguido y amorfo, que terminaría por reducirla y hacerla perecer, es que debemos cambiar el método. No comparto en ningún instante el pensamiento de algunas escuelas actuales norteamericanas que tienden a reducir su extensión, suprimir sus métodos, restar su importancia y aniquilar su espíritu. No debemos olvidar que ella es fuente creadora y que el método analítico es sólo una de las formas de abordar y explorar este cuadro fascinante del espacio. Conservemos, pues, de ella el fundamento y sus métodos en una medida justa, que permita, al que lleva dentro de sí el fuego sagrado del genio, mirar donde otros no ven el paisaje maravilloso de mundos fantásticos. De los griegos soñadores y poetas nos han quedado veinte siglos de cultura y sus caprichosas cónicas han sido la fuente donde se ha alimentado durante dos mil años el genio creador. Construyamos otro sendero para llegar a ella porque el antiguo ya ha quedado destrozado por los siglos. ¿No es acaso por estas rutas nuevas que el hombre ha llegado a la elegante proyectiva? ¿Quién podría negar que no ha sido la noción de grupo, las invariantes funcionales y las matrices las que nos han presentado los cuadros cambiantes de la relación topológica, los dominios caprichosos de la Geometría Integral y la Geometría algebraica Cremoniana para no citar otras tantas disciplinas en este siglo de oro de la Matemática?

No deseo terminar esto sin recalcar que más que una necesidad imperativa, es una necesidad angustiosa que cambiemos nuestros métodos de enseñanza y programas en la educación. Si estamos convencido de ello hagámoslo y que sea pronto y preocupémonos de lo que hasta ahora hemos tenido abandonado en este país, del niño inteligente, el superdotado. Es justamente lo que debemos defender y cultivar. En nuestro país se ha ayudado invariablemente, por prejuicios sociales de profesión, por sentimentalismo o por comodidad, al alumno mediocre y se ha abandonado a su propia suerte al niño capaz. Abordemos de una vez este problema y pidamos que se cree un *liceo científico* de segundo ciclo con internado gratuito para los niños brillantes en matemáticas de los liceos de Chile. Formemos el futuro científico de nuestra patria; pero hagámoslo también con visión amplia, no formemos mentes encajonadas de especialistas estrechos, no olvidemos la cultura filosófica, que hace mirar el incesante devenir de los acontecimientos con hondo sentido de comprensión humana, que en los amargos días de hoy más que una necesidad es una exigencia dramática frente al dolor que se reparte por todos los caminos del mundo.